

# 基于高维因子模型的中国宏观经济结构突变分析

凌波 马辰辰 涂云东 谢昕伶\*

**摘要:** 自改革开放以来,中国经济经历了快速增长,已经成为亚洲第一、世界第二的综合经济体。然而,在世界经济下行、国际形势多变、国内改革经历阵痛的多重背景下,中国宏观经济数据通常呈现出结构突变特征,且不同部门的宏观经济变量具有较强的联动特征。了解中国宏观经济中的结构突变现象,对于政府部门更好地认知世界经济的运行风险和不确定性,完善宏观经济调控体系,推动宏观经济总体稳定、高质量发展具有重要作用。鉴于此,本文利用含有多个未知结构突变的因子模型对中国23个宏观经济时间序列进行建模,并进一步借鉴 Ma and Tu (2023a) 中的估计方法对宏观经济数据中的结构突变现象进行分析。结果表明,中国宏观经济数据在1990—2022年一共经历了6次结构突变,其发生的时间点与重大的历史事件紧密相关,例如邓小平南方谈话和党的十四大召开、2003年“非典”疫情、2020年新冠疫情等。此外,与目前研究中国宏观经济结构突变的文献相比,本文得益于因子模型的构造和精准的变点估计方法,能够识别出宏观经济系统中更多的结构变点,更好地刻画中国宏观经济的动态发展。

**关键词:** 高维因子模型; 结构突变; 中国宏观经济

**中图分类号:** F222

**JEL 分类号:** C22; C38; E60

## 一、引言

自改革开放以来,中国经济经历了40多年的快速增长时期,实现了长期的高就业率、低通胀率,成为亚洲第一、世界第二的综合经济体,并逐步成为世界经济的重要引擎。中国宏观经济也因此更加受到学术界的关注,成为重点研究对象。在中国特色社会主义市场经济的发展视角下,研究宏观经济是对中国经济的运行机制、

\* 凌波,北京大学光华管理学院, E-mail: boling@stu.pku.edu.cn; 马辰辰,北京大学数学科学学院,北京大学统计科学中心, E-mail: chenchenma@pku.edu.cn; 涂云东(通信作者),北京大学光华管理学院,北京大学统计科学中心, E-mail: yundong.tu@gsm.pku.edu.cn; 谢昕伶,北京大学光华管理学院, E-mail: xinlingxie@pku.edu.cn。作者感谢陈松蹊院士对本文研究的建议和帮助,感谢王振中博士和“光华思想力”宏观经济预测课题组在数据收集和预处理方面的前期工作,感谢国家自然科学基金项目(72073002、92046021)、北京大学统计科学中心以及北京大学数量经济与数理金融教育部重点实验室对本文研究的资助。作者感谢匿名审稿人和编辑部的宝贵意见,当然文责自负。

制度和规律的探索,而对规律的探索成果,又可以反过来应用于实践,指导经济更好地发展。因此,宏观经济研究,对于政府优化宏观调控策略,解决经济体系中的结构性问题,保持中国市场经济良好的发展具有重要作用,不可或缺。

环顾全球,世界百年未有之大变局正在加速演进。虽然和平与发展仍然是时代主题,但世界经济的运行风险和不确定性显著上升,具体表现为:经济全球化遭遇逆流、一些国家保护主义和单边主义盛行、地缘政治风险等。特别是,2020年新冠疫情肆虐全球,全球产业链、供应链遭受了巨大冲击,世界经济全面衰退,中国宏观经济数据呈现明显的结构突变特征,例如2020年第一季度和2022年第二季度的GDP增长率分别为-6.9%和0.4%,而2021年第一季度的GDP增长率则高达18.3%。经济学界广泛认为,不确定性牵涉到多个方面,从微观层面的消费储蓄行为、企业的投融资决策,到宏观层面的经济和金融体系的整体运行和短期波动等问题,严重影响经济稳定、可持续发展。因此,在世界经济下行、国际形势多变、国内改革经历阵痛的多重背景下,研究中国宏观经济的结构突变,更好地认知世界经济的运行风险和不确定性,了解中国宏观经济结构及其发展规律,评估调控政策的有效性,已成为准确预测经济发展趋势、有效调整宏观经济政策、稳定宏观经济大盘、实现经济高质量发展的迫切需求。

近年来,中国宏观经济数据的结构变化研究受到了越来越多学者的关注。李子奈和周建(2005)利用联合估计诊断模型(Chen and Liu, 1993)研究中国多个宏观经济时间序列中的结构变化。他们发现结构变点呈现群体性特征,与特定的历史事件存在深刻联系,如1978年的改革开放等。梁琪和滕建州(2006)采用带有两个结构变点的单位根检验方法,考察了中国1952—2004年的总产出、生产要素、总需求和金融发展等10个宏观经济和金融变量,得出其中6个变量是分段趋势平稳过程的结论。叶五一等(2007)使用针对分位点回归模型的变点检测方法(Miao, 1988)来探究亚洲国家的市场风险和泰国综合指数收益率之间的关系是否存在结构突变,即亚洲金融危机“传染”的存在性。研究结果显示,中国证券市场并不存在危机“传染”现象。张学新和段志霞(2009)探索了最小二乘法(Bai, 1994)在检测多个结构突变时的有限样本表现,并对中国1952—2003年主要经济部门的GDP数据进行了结构突变分析。结果显示,估计的变点与当年的经济实际运行情况吻合,例如1987年是把农村改革引向深入,强调“深化企业改革,压缩过度膨胀的预算外投资规模和过高的非生产性开支”的一年,也是进一步加快和深化改革的一年。王成勇和王少平(2010)利用Bai and Perron(1998)和Andrews(1993)的Sup类变点检验方法对中国1979—2008年的季度GDP增长率进行了研究,发现GDP增长率的波动离差在1994年发生结构突变,而其条件均值和条件波动离差则在1993年发生结构突变。他们指出,经济与社会结构的深刻变化是导致结构突变发生的主要原因,

而邓小平南方谈话和党的十四大精神引致的制度变革则是其根本原因。

然而, 上述文献研究存在两个不足, 导致宏观经济中的结构突变现象难以被捕捉。第一, 现有的研究主要关注如何使用变点检验去监测结构突变的存在以及发生的时刻。例如, 李子奈和周建 (2005)、梁琪和滕建州 (2006) 和叶五一等 (2007) 假设变点数目已知, 而张学新和段志霞 (2009)、王成勇和王少平 (2010) 则进行序贯检验来确定变点数目。但是, 在实践中, 结构变点数目通常是未知的, 从而需要基于观测数据来估计。而序贯检验的方法涉及多重检验的问题, 使得检验更容易接受结构变点的存在, 即变点数目会被高估, 进而影响后续结构突变现象的分析。因此, 为避免提前检验变点数目对结构突变分析带来的负面影响, 部分学者把结构突变的识别问题转化为带有稀疏系数的高维回归中的变量筛选问题, 采用压缩估计的方法来同时估计结构突变的个数和位置。该类方法具有计算速度快、突变识别的准确性高等优势。例如, Harchaoui and Lévy-Leduc (2010) 利用 Fused Lasso (Tibshirani et al., 2005) 来识别一维分段常数中结构突变的个数和位置; Chan et al. (2014) 和 Qian and Su (2016) 把 Group Lasso (Yuan and Lin, 2006) 分别应用于自回归模型和回归模型中结构突变的识别, 并从理论上证明了结构突变位置比例的相合性; Schweikert (2022) 逐步使用 Group Lasso 和 Adaptive Group Lasso (Wang and Leng, 2008), 实现了协整回归中结构突变位置和个数的估计相合性; Tu and Xie (2023) 提出了基于组向前回归 (Wang, 2009)、Adaptive Group Lasso 和 Adaptive Lasso (Zou, 2006) 的三阶段方法, 相合估计出可预测回归模型中结构突变的位置和个数, 以及每一阶段对股票收益率有预测性的重要变量。

第二, 上述文献研究忽略了宏观经济变量之间的协同变动, 仅从单一的宏观经济变量出发, 对国民经济某个领域的结构突变现象进行分析。例如, 李子奈和周建 (2005)、梁琪和滕建州 (2006) 仅关注 GDP、就业、银行信贷、储蓄负债和固定投资等单维时间序列中的结构突变效应。但是, 他们的研究结果显示大多数变量均在 1960 年和 1990 年附近发生结构变点。这意味着这些宏观经济变量实际存在紧密的内在联系, 而刻画和利用其协同变化对政府部门更深层次地分析中国宏观经济的运行态势和进行宏观体系调控有着关键意义。近年来, 越来越多的学者利用 Stock and Watson (1988) 的思想, 构造能捕获大部分宏观经济动态的潜在因子来分析中国宏观经济的情况。例如, 王少平等 (2012) 构造了中国宏观经济数据集, 建立了因子增广的向量自回归模型 (FAVAR), 从宏观经济信息集中提取宏观因子来研究中国通货膨胀分类指数的性质及波动源。潘莉和徐建国 (2011) 提出了适用于 A 股市场的三因子模型, 发现市场平均回报率、股票市值和市盈率会影响 A 股股票市值。王振中等 (2023) 采用了扩散指数模型 (Stock and Watson, 2002a, 2002b), 通过结合其他宏观经济变量来改进中国居民消费价格指数的预测。结果显示, 对于中国居民

消费价格指数, 扩散指数模型的短期预测效果要比线性时间序列更加精确。但是, 这些文献均假设因子模型中因子载荷不随时间发生变化, 忽略了技术变革、政策改革等不确定性因素对宏观经济数据的影响, 导致他们使用的因子模型可能无法准确捕捉中国宏观经济数据背后的共同因子。

截至目前, 诸多学者已经提出了多种检验和估计的方法来识别因子模型中的结构突变。例如, Breitung and Eickmeier (2011)、Yamamoto and Tanaka (2015) 和 Baltagi et al. (2021) 提出了多种变点检验的方法来识别因子载荷中一个或多个突变。Barigozzi et al. (2018)、Ma and Su (2018) 和 Baltagi et al. (2021) 分别提出了基于 Adaptive Fused Group Lasso、小波变化和最小二乘法的估计方法来识别因子模型中多个结构突变。其中, Baltagi et al. (2021) 考虑到潜在因子实际不可观测, 将因子载荷的结构突变识别问题转化为伪因子二阶矩的结构突变识别问题, 提出了联合估计和序贯估计两种方法来估计多个未知的结构突变的位置和个数。首先, 联合估计方法忽略变点的存在, 利用主成分分析估计出因子, 其中因子个数由 Bai and Ng (2002) 提出的信息准则确定; 其次, 在给定变点数目下, 选择使得样本残差平方和达到最小的样本划分作为变点位置的估计。另外, 序贯估计根据已得的变点估计集合对整个样本进行划分, 在每一个子样本中检验结构突变效应是否存在; 若存在变点, 则选择一个使得残差平方和达到最小的时间点作为变点估计, 再重复上述步骤, 直至在所有子样本中均接受不存在结构突变的原假设才停止。理论上, Baltagi et al. (2021) 建立了联合估计和序贯估计的变点位置比例和个数的相合性。但在实践中, 这两种方法均存在不足。联合估计计算样本残差平方和时需要遍历所有的样本划分, 所以计算成本高, 且变点数目通常是未知的, 无法提前给定, 需要去估计; 而序贯估计的逐次检验会面临多重检验的问题, 导致第一类错误难以控制, 变点数目被高估。

鉴于此, Ma and Tu (2023a) 提出了一种基于主成分分析和 Group Fused Lasso (Qian and Su, 2016) 的方法来同时估计因子载荷中多个结构突变的个数和位置。具体而言, 首先, 忽略结构变点的存在, 利用主成分分析估计出因子; 其次, 将其中的一个估计的因子 (例如, 拥有最大特征值的因子) 作为因变量, 其余的因子作为自变量进行回归; 最后, 基于因子回归方程系数的结构突变与因子模型中因子载荷的结构突变的一一对应关系, 利用 Group Fused Lasso 来同时估计因子回归方程中未知的结构变点位置和个数。相较于已有文献采用的方法, Ma and Tu (2023a) 在理论和实践方面均有明显优势。理论上, 他们得到了更精确的变点位置估计, 证明了变点位置, 而不仅是变点位置比例的相合性 (Baltagi et al., 2021)。实践上, 他们的方法仅需拟合一个因子模型, 且避免了提前估计变点数目, 采用数据驱动的方式来同时确定变点数目和位置, 减少了调节参数的数目, 因此计算效率和识别准确性大幅

度提升。可见, Ma and Tu (2023a) 的方法理论上具有更精确的估计结果, 且实际操作上简单易实施。因此, 该方法具有识别中国宏观经济数据中结构变点的潜力。

综上所述, 中国宏观经济数据通常表现出结构性突变的特征, 并且存在因子模型的结构, 即不同部门的宏观经济变量具有较强的联动特征。但是, 至今鲜有学者将带有结构突变的因子模型和高效准确的变点估计方法, 用以研究中国宏观经济的结构突变现象。本文旨在充分利用中国宏观经济数据中的因子特征, 准确捕捉宏观系统中的结构突变, 提供一个对中国宏观经济的完善分析。我们采用带有多个未知结构突变的因子模型对中国 1990 年 1 月至 2022 年 10 月的工业增加值、消费者物价指数、生产物价指数等 23 个月度宏观经济数据进行建模, 并进一步借鉴 Ma and Tu (2023a) 中的估计方法对宏观经济数据中的结构突变现象进行分析, 与 Baltagi et al. (2021) 的方法进行了对比。采用 Ma and Tu (2023a) 提出的变点估计方法, 我们发现中国宏观经济数据在 1990—2022 年一共经历了 6 次结构突变, 其发生的时间点分别为: 1994 年 12 月、2003 年 8 月、2008 年 2 月、2012 年 2 月、2015 年 7 月和 2020 年 3 月。结合历史事件, 这些时间点分别与邓小平南方谈话和党的十四大召开、2003 年“非典”疫情、2008 年国际金融危机、2012 年战略性新兴产业发展、2015 年股市动荡、2020 年新冠疫情紧密相关。而 Baltagi et al. (2021) 的估计方法识别出 4 次结构突变, 其发生的时间点分别为: 1994 年 12 月、1998 年 11 月、2012 年 12 月和 2019 年 5 月。结合历史事件, 这些时间点分别与邓小平南方谈话和党的十四大召开、1998 年特大洪水、战略性新兴产业发展、新个税法的实施相对应。不难看出, 两种方法都能识别出中国宏观经济数据中位于 1994 年和 2012 年的两个结构变点, 但 Ma and Tu (2023a) 的估计方法相比于 Baltagi et al. (2021) 而言, 能识别出更多的结构变点, 包括 2008 年国际金融危机和 2020 年新冠疫情。这得益于 Ma and Tu (2023a) 的估计方法在理论上更有精确的估计结果, 以及在实践中不需要去掉观测序列首尾两端的数据来进行变点估计, 从而不会误删结构变点。进一步, 我们发现本文识别的结构变点在现有文献中也有讨论, 包括 1994 年 12 月 (李子奈和周建, 2005; 王黎明等, 2009; 王成勇和王少平, 2010)、2003 年 8 月 (温桂荣等, 2021)、2008 年 2 月 (叶五一和缪柏其, 2009; 王志强和熊海芳, 2012)、2012 年 12 月 (刘金全等, 2018)、2015 年 7 月 (郭磊, 2018) 和 2020 年 3 月 (温桂荣等, 2021)。与已有研究结果对比, 本文的因子模型和方法可以识别出宏观经济系统中更多的结构变点。这得益于我们的因子模型考虑了宏观经济数据中的协同联系, 以及更精确的变点估计方法。最终, 通过绘制宏观经济数据的时间序列图, 我们能够直观地看到中国月度宏观经济数据在上述结构变点分隔开的时间段内呈现出不同的数据特征, 说明我们的模型和方法能够很好地捕捉到中国宏观经济中的结构突变。

余文结构安排如下: 第二部分概述了带有多个未知结构突变的高维因子模型,

以及 Baltagi et al. (2021) 和 Ma and Tu (2023a) 所提出的变点估计方法; 第三部分介绍了中国宏观经济数据, 以及结构突变效应的识别结果和原因分析; 第四部分简要总结全文并讨论了未来的研究方向。

## 二、模型与方法

### (一) 带有多个结构变点的因子模型

假设观测的时间序列为  $\{x_{it}\}$ ,  $i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$ , 其中  $N$  是观测变量的维度,  $T$  为观测的时间长度。  $x_{it}$  服从一个因子模型, 其因子载荷中带有  $m$  个结构变点。假设变点的位置为  $t_1^0, \dots, t_m^0$ , 它们将整个时间分为  $m + 1$  个时间段。具体地, 当观测的时间序列  $x_{it}$  落在第  $k$  段时, 即当  $t_{k-1}^0 \leq t \leq t_k^0 - 1$  时, 它可以被表示为:

$$x_{it} = f_{0,t}^\top \lambda_{0,i} + f_{-0,t}^\top \lambda_{k,i} + e_{it} \quad (1)$$

其中,  $i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, m + 1$ 。为了表达上的方便, 我们假设  $t_0^0 = 1, t_{m+1}^0 = T + 1$ 。潜在的因子在时间  $t$  处可以被分为两部分:  $f_t = (f_{0,t}^\top, f_{-0,t}^\top)^\top$ , 其中  $f_{0,t}$  的维度为  $(r - q) \times 1$ , 它所对应的因子载荷  $\lambda_{0,i}$  不随着时间发生变化;  $f_{-0,t}$  的维度为  $q \times 1$ , 它所对应的因子载荷在结构变点处发生大的突变, 即对于所有的  $k, \lambda_{k,i} \neq \lambda_{k+1,i}$  均成立。相应地, 第  $k$  段上的因子载荷也分为两部分  $\lambda_{0k,i} = (\lambda_{0,i}^\top, \lambda_{k,i}^\top)^\top$ 。我们允许模型的残差项  $e_{it}$  具有时间上和横截面上的相依性以及异方差的特征。

上述带有结构突变的因子模型(1)可以表示为如下的矩阵形式:

$$X_k = F_{0k} \Lambda_0^\top + F_{-0k} \Lambda_k^\top + E_k, k = 1, \dots, m + 1 \quad (2)$$

其中,  $X_k = (x_{t_{k-1}^0}, \dots, x_{t_k^0-1})^\top$  和  $E_k = (e_{t_{k-1}^0}, \dots, e_{t_k^0-1})^\top$  都是  $(t_k^0 - t_{k-1}^0) \times N$  的矩阵,  $x_t = (x_{1t}, \dots, x_{Nt})^\top$  是  $N \times 1$  的向量;  $F_k = (F_{0k}, F_{-0k})$  包含因子在第  $k$  段的子向量, 其中  $F_{0k} = (f_{0,t_{k-1}^0}, \dots, f_{0,t_k^0-1})^\top$  和  $F_{-0k} = (f_{-0,t_{k-1}^0}, \dots, f_{-0,t_k^0-1})^\top$  分别是  $(t_k^0 - t_{k-1}^0) \times (r - q)$  和  $(t_k^0 - t_{k-1}^0) \times q$  的矩阵; 因子载荷为  $\Lambda_{0k} = (\Lambda_0, \Lambda_k)$ , 其中  $\Lambda_0 = (\lambda_{0,1}, \dots, \lambda_{0,N})^\top$  和  $\Lambda_k = (\lambda_{k,1}, \dots, \lambda_{k,N})^\top$  分别是  $N \times (r - q)$  和  $N \times q$  的矩阵。

该模型设定具有较强的一般性, 它包含了几类常见的因子模型作为特例。例如, 当没有结构变点, 即  $m = 0$  时, 该模型将退化成 Bai and Ng (2002) 提出的线性因子模型; 当只存在一个结构变点, 即  $m = 1$  时, 该模型将退化成 Chen et al. (2014)、Baltagi et al. (2017) 和 Bai et al. (2020) 所研究的单变点因子模型。而该多变点因子模型在 Barigozzi et al. (2018)、Ma and Su (2018)、Baltagi et al. (2021) 以及 Ma and Tu (2023a) 等研究中曾被探讨。在该模型中, 结构变点的个数  $m$ 、变点位置  $t_1^0, \dots,$

$t_m^0$ 、公共因子 $f_t$ 及其维度 $r$ 和因子载荷矩阵 $\Lambda_{0k}$ 都是未知的参数, 需要通过观测数据 $\{x_{it}\}$ 去估计。

## (二) 变点估计方法

接下来将详细介绍两种近年来被提出的方法, 包括 Baltagi et al. (2021) 提出的基于伪因子二阶矩的变点估计法和 Ma and Tu (2023a) 提出的基于 Group Fused Lasso 的变点估计法, 以实现因子模型中变点的有效估计。

### 1. 基于伪因子二阶矩的变点估计法

Baltagi et al. (2021) 发现带有多个结构变点的因子模型可以被表示为一个伪线性因子模型, 其因子载荷不随时间变化, 而变点的信息被融入伪因子中。具体地, 首先定义一个新的矩阵 $\Gamma = \Lambda_0$ , 然后遍历 $\Lambda_1, \dots, \Lambda_{m+1}$ 中的每一列, 将其中非零且线性独立的列放入矩阵 $\Gamma$ 中。通过矩阵 $\Gamma$ 的定义, 可以发现: ① $\Gamma$ 是列满秩的; ②对于任意的 $k$ , 总能找到一个 $\bar{r} \times r$ 的矩阵 $R_k$ , 使得 $\Lambda_{0k} = \Gamma R_k$ , 其中 $\bar{r}$ 是矩阵 $\Gamma$ 的列数。借助上述符号, 不难得出模型(2)可以等价地表示为:

$$X_k = F_k \Lambda_{0k}^\top + E_k = F_k R_k^\top \Gamma^\top + E_k = G_k \Gamma^\top + E_k \quad (3)$$

其中,  $G_k = (g_{t_{k-1}}^\top, \dots, g_{t_k}^\top)^\top = F_k R_k^\top$ ,  $g_t = R_k f_t$ ,  $t_{k-1} \leq t \leq t_k - 1$ 。在这个模型中,  $\Gamma$ 是不变的因子载荷,  $g_t$ 是伪因子。

上述的等价表达将因子载荷中的变点信息转移到伪因子中。为了识别模型, 假设真实因子的二阶矩不随时间变化, 即 $E(f_t f_t^\top) = \Sigma_F$ , 那么在第 $k$ 段中伪因子 $g_t$ 的二阶矩为 $\Sigma_{G,k} = R_k \Sigma_F R_k^\top$ 。注意到由于 $R_k \neq R_{k+1}$ , 从而一般有 $\Sigma_{G,k} \neq \Sigma_{G,k+1}$ , 即伪因子 $g_t$ 的二阶矩在变点的位置发生了突变, 于是因子载荷中变点的识别问题可以转化为伪因子二阶矩中变点的估计问题。基于此, Baltagi et al. (2021) 提出了联合估计和序贯估计的方法来检测伪因子二阶矩中的变点, 从而实现因子模型变点位置的估计。

我们首先介绍联合估计法。顾名思义, 联合估计即同时将所有变点的位置估计出来。该方法假设变点的个数 $m$ 已知, 其具体估计步骤如下:

第一步: 忽略因子载荷中的变点, 用 Bai and Ng (2002) 提出的信息准则来估计因子的个数, 得到伪因子个数的估计量 $\hat{r}$ 。

第二步: 用主成分分析的方法来估计伪因子, 得到其估计量 $\hat{g}_t$ 。

第三步: 对于任意 $m$ 个时间点 $(t_1, \dots, t_m)$ , 将整个时间段划分成 $m+1$ 个子样本, 在每个子样本中估计伪因子的二阶矩:  $\hat{\Sigma}_k = \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \sum_{t=t_{k-1}}^{t_k-1} \hat{g}_t \hat{g}_t^\top$ , 然后计算如下残差平方和:

$$\hat{S}(t_1, \dots, t_m) = \sum_{k=1}^{m+1} \sum_{t=t_{k-1}}^{t_k-1} [\text{vech}(\hat{g}_t \hat{g}_t^\top - \hat{\Sigma}_k)]^\top [\text{vech}(\hat{g}_t \hat{g}_t^\top - \hat{\Sigma}_k)]$$

其中,  $\text{vech}(A)$  是指将矩阵  $A$  按列拉成一个长向量。

通过最小化该残差平方和得到变点的估计量:

$$(\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_m) = \arg \min \hat{S}(t_1, \dots, t_m)$$

由于模型 (2) 可以等价表示为模型 (3), 根据 Bai and Ng (2002) 的理论结果, 第一步得到的因子个数估计量  $\hat{r}$  会收敛到  $\bar{r}$  (伪因子的个数), 第二步中因子的主成分估计量  $\hat{g}_t$  将渐进收敛到  $Hg_t$ , 其中  $H$  是一个旋转矩阵, 其概率极限假设为  $H_0$ 。基于  $H_0g_t$  的二阶矩和因子载荷具有相同变点的事实, Baltagi et al. (2021) 从  $\hat{g}_t$  的二阶矩出发, 通过最小化第三步中的残差平方和, 即最小化每段上  $\hat{g}_t$  二阶矩的变化程度, 来识别因子模型中变点的位置。在理论方面, Baltagi et al. (2021) 证明了上述变点估计量依概率落入真实变点的有界邻域内。

Baltagi et al. (2021) 也提出了一个序贯估计的方法, 逐一估计变点位置。序贯估计法的前两步和联合估计法的前两步相同, 只在第三步做出了相应的改动。具体来说, 对于任意时间点  $t_1$ , 将整个时间段分成两个子样本, 在每个子样本中估计伪因子  $\hat{g}_t$  的二阶矩, 然后计算残差平方和:

$$\hat{S}(t_1) = \sum_{k=1}^2 \sum_{t=t_{k-1}}^{t_k-1} [\text{vech}(\hat{g}_t \hat{g}_t^\top - \hat{\Sigma}_k)]^\top [\text{vech}(\hat{g}_t \hat{g}_t^\top - \hat{\Sigma}_k)]$$

第一个变点的估计量通过最小化该残差平方和得到:

$$\tilde{t}_1 = \arg \min \hat{S}(t_1)$$

进一步,  $\tilde{t}_1$  将样本分为两段, 然后在每一段上执行上述操作, 估计变点。以此类推, 直到估计出所有  $m$  变点。Baltagi et al. (2021) 在理论上证明了变点的序贯估计量仍能依概率落入真实变点的有界邻域内。

相比于联合估计法, 序贯估计法的一个优势在于它不需要提前设定变点的个数, 可结合 Baltagi et al. (2021) 提出的序贯检验, 来确定变点的个数。接下来, 我们介绍序贯检验  $m = l \vee. s. m = l + 1$  的具体步骤。令  $(\tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_l)$  为  $l$  个估计的变点,  $\tilde{r}_k$  为第  $k$  段估计因子的个数,  $\tilde{F}_k = (\tilde{f}_{k, \tilde{t}_{k-1}}, \dots, \tilde{f}_{k, \tilde{t}_k-1})$  为第  $k$  段中估计的因子,  $H_k$  为旋转矩阵,  $H_{k0}$  是  $H_k$  的概率极限, 则:

$$\Omega_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \text{Var} \left( \text{vech} \left( \frac{1}{\sqrt{t_k - t_{k-1}}} \sum_{t=t_{k-1}}^{t_k-1} (H_{k0}^\top f_{kt} f_{kt}^\top H_{k0} - I_{r_k}) \right) \right)$$

其中,  $\Omega_k$  为  $\text{vech}(H_{k0}^\top f_{kt} f_{kt}^\top H_{k0} - I_{r_k})$  的长期协方差矩阵,  $\tilde{\Omega}_k$  为  $\Omega_k$  的 HAC 估计量。由此构造的检验统计量为:

$$F_{NT}(l+1 | l) = SSNE(\tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_l) - \min_{1 \leq k \leq l+1} \inf_{t \in \Lambda_{k,\eta}} SSNE(\tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_{k-1}, t, \tilde{t}_k, \dots, \tilde{t}_l)$$

其中,  $SSNE(\tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_l)$  为带约束的归一化残差平方和:

$$\sum_{k=1}^{l+1} SSNE_k(\tilde{t}_{k-1}, \tilde{t}_k) = \sum_{k=1}^{l+1} \sum_{t=\tau_{k-1}}^{\tilde{t}_k} \text{vech} \left( \tilde{f}_{kt} \tilde{f}_{kt}^\top - \frac{1}{\tilde{t}_k - \tilde{t}_{k-1}} \sum_{t=\tilde{t}_{k-1}}^{\tilde{t}_k-1} \tilde{f}_{kt} \tilde{f}_{kt}^\top \right)^\top$$

$$\tilde{\Omega}_k^{-1} \text{vech} \left( \tilde{f}_{kt} \tilde{f}_{kt}^\top - \frac{1}{\tilde{t}_k - \tilde{t}_{k-1}} \sum_{t=\tilde{t}_{k-1}}^{\tilde{t}_k-1} \tilde{f}_{kt} \tilde{f}_{kt}^\top \right)$$

$SSNE(\tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_{k-1}, t, \tilde{t}_k, \dots, \tilde{t}_l)$  为没有约束的归一化残差平方和:

$$\sum_{j=1}^{k-1} SSNE_j(\tilde{t}_{j-1}, \tilde{t}_j) + SSNE_k(\tilde{t}_{k-1}, t, \tilde{t}_k) + \sum_{j=k+1}^{l+1} SSNE_j(\tilde{t}_{j-1}, \tilde{t}_j)$$

而  $\Lambda_{k,\epsilon} = \{t: \tilde{t}_{k-1} + (\tilde{t}_k - \tilde{t}_{k-1})\epsilon \leq t \leq \tilde{t}_k - (\tilde{t}_k - \tilde{t}_{k-1})\epsilon\}$ , 其中  $\epsilon > 0$  是事先设定的参数。

Baltagi et al. (2021) 建立了该检验统计量在原假设下的极限分布理论, 并推导了该检验在备择假设下的功效。具体来说, 该检验的步骤如下: 首先, 用联合估计或序贯估计的方法估计出  $l$  个变点, 其中  $l$  可以是基于某先验知识得到或假设为 0; 其次, 计算检验统计量  $F_{NT}(l+1 | l)$ , 如果拒绝原假设, 那么估计出  $l+1$  个变点, 再计算检验统计量  $F_{NT}(l+2 | l+1)$ 。重复上述步骤直到原假设不能被拒绝。Baltagi et al. (2021) 证明了估计的变点个数  $\hat{m}$  是  $m$  的一个相合估计量。

## 2. 基于 Group Fused Lasso 的变点估计法

Baltagi et al. (2021) 将因子载荷中的变点识别问题转化为伪因子二阶矩中变点的识别问题, 构造了基于伪因子二阶矩估计量的最小二乘目标函数, 通过最小化该残差平方和来得到变点的联合估计量和序贯估计量。其中, 联合估计法涉及多个变点同时搜索的问题, 需要遍历所有的样本划分, 计算上非常耗时, 且需要已知变点的个数; 而序贯估计法则会面临多重检验的问题, 有限样本下易高估变点个数。为了解决上述问题, Ma and Tu (2023a) 从一个新的视角出发, 利用估计的伪因子构造因子回归方程, 发现因子载荷中的变点和因子回归方程系数中的变点有一一对应的关系, 从而将因子载荷中变点的识别问题转化为因子回归方程系数中变点的估计问题, 并提出了一个基于 Group Fused Lasso 的方法同时估计变点的个数和位置。这一方法大大简化了变点识别程序, 减少了调节参数的数目, 降低了估计的难度, 实际操作上简单易行, 在理论上具有更良好的性质, 在有限样本数值模拟中也能得到更精确的估计结果。因此, 我们将具体介绍这一方法。

首先用 Bai and Ng (2002) 信息准则得到因子的个数  $\hat{r}$ , 用主成分分析的方法得

到伪因子的估计量 $\hat{g}_t$ 。其次,用对应最大特征值的因子作为因变量,其余因子作为自变量,来建立因子回归方程:

$$\hat{g}_{1t} = c_{2t}\hat{g}_{2t} + \cdots + c_{rt}\hat{g}_{rt} + u_t = c_t^\top \hat{g}_{-1t} + u_t \quad (4)$$

其中,  $t = 1, \dots, T$ ,  $\hat{g}_{-1t} = [\hat{g}_{2t}, \dots, \hat{g}_{rt}]^\top$ ,  $c_t = [c_{2t}, \dots, c_{rt}]^\top$  是  $(r-1) \times 1$  的向量。Ma and Tu (2023a) 发现, 该系数 $c_t$ 呈现出分段常数的特征, 即存在 $\beta_k$  使得: 当 $t_k^0 - 1 \leq t \leq t_k^0 - 1$  时,  $c_t = \beta_k$ , 且 $\beta_k \neq \beta_{k+1}$ 。根据 $c_t$ 的这一特征, 如果对 $c_t$ 做一阶差分, 那么只有在变点的位置 $c_t - c_{t-1} \neq 0$ , 而在其他时间点其一阶差分都是 0。因此,  $c_t$ 的一阶差分具有一定的稀疏性。Ma and Tu (2023a) 受 Qian and Su (2016) 的启发, 通过 Group Fused Lasso 的方法来识别稀疏系数 $c_t - c_{t-1}$ 中的非零点, 即变点的位置。具体来说, 可以通过最小化下面带有惩罚项的最小二乘目标函数来估计 $\{c_t\}$ :

$$V_{T\lambda}(\{c_t\}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{g}_{1t} - c_t^\top \hat{g}_{-1t})^\top + \lambda \sum_{t=2}^T \|c_t - c_{t-1}\| \quad (5)$$

其中,  $\lambda = \lambda_T$ 是一个正的调节参数。

为了计算上的方便, 我们将式 (5) 和 Yuan and Lin (2006) 提出的 Group Lasso 联系起来。令 $\theta_1 = c_1$ ,  $\theta_t = c_t - c_{t-1}$ ,  $t = 2, \dots, T$ 。 $\theta_t$ 有稀疏性的特征, 即仅当 $t = 1, t_1, \dots, t_m$ 时,  $\theta_t \neq 0$ 。令 $c = (c_1^\top, \dots, c_T^\top)^\top$ ,  $\theta = (\theta_1^\top, \dots, \theta_T^\top)^\top$ ,  $Y = (\hat{g}_{11}, \hat{g}_{12}, \dots, \hat{g}_{1T})^\top$ ,  $u = (u_1, \dots, u_T)^\top$ , 定义:

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} \hat{g}_{-11}^\top & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{g}_{-12}^\top & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{g}_{-1T}^\top \end{pmatrix}, A^* = \begin{pmatrix} I_{(r-1)} & 0 & \cdots & 0 \\ I_{(r-1)} & I_{(r-1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{(r-1)} & I_{(r-1)} & \cdots & I_{(r-1)} \end{pmatrix}$$

其中,  $I_r$ 是  $r \times r$  的单位矩阵,  $\hat{X}$ 是一个  $T \times (T(r-1))$  的矩阵,  $A^*$  是一个  $(T(r-1)) \times (T(r-1))$  的矩阵。令 $X^* = \hat{X}A^*$ , 则回归方程 (4) 可以表达为  $Y = \hat{X}c + u = X^*\theta + u$ 。最小化式 (5) 等价于最小化下面 Group Lasso 准则的目标函数:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{T\lambda}(\{\theta\}) &= \frac{1}{T} \|Y - X^*\theta\|^2 + \lambda \sum_{t=2}^T \|\theta_t\| \\ &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \hat{g}_{1t} - \hat{g}_{-1t}^\top \sum_{s=1}^t \theta_s \right)^2 + \lambda \sum_{t=2}^T \|\theta_t\| \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) 中惩罚项为 $\theta_t$ 的弗罗贝尼乌斯范数 (Frobenius Norm) 的和  $\left( \sum_{t=2}^T \|\theta_t\| \right)$ 。当 $\theta_t$ 是一个标量时, 该目标函数就由 Group Lasso 退化为 Lasso 准则。注意到, 由于一

个向量的弗罗贝尼乌斯范数为零当且仅当它的每一个元素都为零, 所以对于较大的  $\lambda$  的值, 整个向量  $\theta_t$  可能会被压缩为零。这刚好和识别变点的出发点吻合:  $\theta_t$  为非零向量当且仅当时间点  $t$  为变点。

针对上述压缩估计式 (6) 的稀疏解  $\{\hat{\theta}_t\}$ , 令其非零向量对应的时间点为  $\hat{T}_{\hat{m}} = (\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_{\hat{m}})$ , 其中  $\hat{m}$  和  $\hat{T}_{\hat{m}}$  分别代表估计的变点个数和变点集合。Ma and Tu (2023a) 证明了  $\hat{m}$  会依概率高估真实变点的个数。因此, 如何更好地估计  $m$  并得到其相合估计量是亟待解决的问题。鉴于变点个数的估计量  $\hat{m}$  依赖于式 (6) 中调节参数  $\lambda$  的选择, Ma and Tu (2023a) 提出一个数据驱动的方法来选择调节参数  $\lambda$ , 以得到变点个数的一致估计。具体地, 对于一个给定的调节参数  $\lambda$ , 可以得到一个变点的估计集合  $\hat{T}_{\hat{m}_\lambda} = \hat{T}_{\hat{m}_\lambda}(\lambda)$ , 计算每一段中回归系数的最小二乘估计量  $\hat{\beta}_{\hat{T}_{\hat{m}_\lambda}}(\lambda) = (\hat{\beta}_{1, \hat{T}_{\hat{m}_\lambda}}(\lambda)^\top, \dots, \hat{\beta}_{\hat{m}_\lambda+1, \hat{T}_{\hat{m}_\lambda}}(\lambda)^\top)^\top$  以及信息准则:

$$IC(\lambda) = \log(\sigma_{\hat{T}_{\hat{m}_\lambda}}^2) + \rho_T(\hat{r} - 1)(\hat{m}_\lambda + 1)$$

其中,  $\rho_T$  是一个调节参数,  $\sigma_{\hat{T}_{\hat{m}_\lambda}}^2 = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{m+1} \sum_{t=\hat{t}_{k-1}}^{\hat{t}_k-1} (\hat{g}_{1t} - \beta_k^\top \hat{g}_{-1t})^2$ 。通过最小化上述信息准则来选择调节参数  $\lambda$ :  $\hat{\lambda} = \arg \min IC(\lambda)$ 。Ma and Tu (2023a) 证明了基于  $\hat{\lambda}$  得到的变点个数的估计量  $\hat{m}_{\hat{\lambda}}$  是相合的。

通过上述 Group Fused Lasso 结合信息准则选择调节参数的程序, Ma and Tu (2023a) 证明了变点位置比例和变点个数估计量的一致性。但他们在进行数值模拟的时候发现, 变点个数在有限样本下会被高估, 这可能会带来过拟合的问题。而且, 他们发现估计的变点通常会有聚集性的现象, 即在真实变点的附近可能会估计出多个变点。这种现象给实际操作者识别真实变点的个数和位置带来了困难。为了改善该方法在实际数据中的表现, Ma and Tu (2023a) 提出了一个后选择算法 (Post-Selection Algorithm) 来删除多余估计的变点。具体的程序如下:

第一步: 把基于 Group Fused Lasso 的变点估计量  $\hat{T}_{\hat{m}_{\hat{\lambda}}} = (\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_{\hat{m}_{\hat{\lambda}}})$  分成  $n$  个组。具体地, 计算相邻变点之间的距离:  $\{d_1 = \hat{t}_2 - \hat{t}_1, \dots, d_{\hat{m}_{\hat{\lambda}}-1} = \hat{t}_{\hat{m}_{\hat{\lambda}}} - \hat{t}_{\hat{m}_{\hat{\lambda}}-1}\}$ , 假设这些距离中大于  $v_0$  的为:  $d_{i_1}, \dots, d_{i_n-1}$ , 其中  $v_0$  是某事先设定的值。Ma and Tu (2023a) 取其为  $0.05 \times T$ 。那么,  $\hat{m}_{\hat{\lambda}}$  个估计的变点被分成  $n$  个组。第一个组包含  $\{\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_{i_1}\}$ , 第二个组包含  $\{\hat{t}_{i_1+1}, \dots, \hat{t}_{i_2}\}$ , 类似地, 最后一个组包含  $\{\hat{t}_{i_{n-1}+1}, \dots, \hat{t}_{\hat{m}_{\hat{\lambda}}}\}$ 。

第二步: 使用遍历的方法从每个组内选定一个变点。具体做法为: 从每个组中先选出一个候选变点, 将整个时间跨度划分为  $n+1$  段, 在每段上采用 Bai and Ng (2002) 提出的信息准则估计因子的个数, 用主成分分析估计因子; 然后, 计算每段上因子拟合的残差平方和, 并将所有段上的残差平方和相加; 遍历所有可能的变点组合, 最终选出使得残差平方和达到最小的  $n$  个变点, 记为  $\hat{T}_n = (\hat{t}_1^*, \dots, \hat{t}_n^*)$ 。

第三步：通过基于信息准则的方法从  $\hat{T}_n = (\hat{t}_1^*, \dots, \hat{t}_n^*)$  中确定变点的个数和位置。具体地，令  $\bar{f}_t^k$  和  $\bar{\Lambda}^k$  分别为第  $k$  段上重新拟合的因子和因子载荷，其中  $k = 1, \dots, n+1$ 。

$S_{N,T}(\hat{t}_{k-1}^*, \hat{t}_k^*) = \sum_{t=\hat{t}_{k-1}^*}^{\hat{t}_k^*-1} (x_t - \bar{\Lambda}^k \bar{f}_t^k)^\top (x_t - \bar{\Lambda}^k \bar{f}_t^k)$  为第  $k$  段上的残差平方和。考虑如下信息准则：

$$IC(n, \hat{T}_n) = S_{N,T}(\hat{t}_1^*, \dots, \hat{t}_n^*) + n \omega_T$$

其中， $S_{N,T}(\hat{t}_1^*, \dots, \hat{t}_n^*) = \sum_{k=1}^{n+1} S_{N,T}(\hat{t}_{k-1}^*, \hat{t}_k^*)$ ,  $\hat{t}_0^* = 1, \hat{t}_{n+1}^* = T+1$ 。 $\omega_T$  是一个调节参数，按照 Ma and Tu (2023a) 的建议被取为  $\log T$ 。通过最小化该信息准则来选择变点的个数和位置：

$$(\hat{m}^*, \hat{T}^*) = \arg \min_{m^* \leq n, T^* \subseteq \hat{T}_n} IC(m^*, T^*)$$

Ma and Tu (2023a) 发现，基于 Group Fused Lasso 和后选择算法得到的变点估计量在有限样本的情况下表现很好。但是，在理论方面，变点位置的估计量仍是不相合的，这和 Baltagi et al. (2021) 得到的理论性质吻合。主要原因在于，Baltagi et al. (2021) 和 Ma and Tu (2023a) 均使用主成分分析对面板数据提取有限个公共因子，并利用公共因子二阶矩中的信息进行变点识别，没有充分考虑横截面上的所有信息。而 Ma and Su (2018) 从面板数据出发，直接拟合原始因子模型来搜寻因子载荷中的变点，得到了变点位置的相合性。在他们的启发下，Ma and Tu (2023a) 在 Group Fused Lasso 估计量的基础上，重新搜寻整体样本的最优划分。

具体地，利用 Group Fused Lasso 和后选择算法得到的估计量来构造样本划分，在每一个重新划分的子样本内，拟合因子模型，并计算残差平方和，通过最小化残差平方和得到变点更精细的估计量。该估计步骤分为如下三步：

第一步：对于任意给定的时间点  $t_1 \in [\hat{t}_1^* - M_0, \hat{t}_1^* + M_0]$ ，在  $S_{t_1}^{t_1-1}$  和  $S_{t_1}^{\hat{t}_1^* - M_0 - 1}$  两段上分别拟合一个因子模型，其中  $S_a^b = \{t: a \leq t \leq b\} \forall a, b \in \{1, \dots, T\}$ ,  $M_0 > 0$  为一正整数。具体地，用 Bai and Ng (2002) 提出的信息准则来估计因子的个数，以及用主成分分析的方法来估计因子。定义估计的因子和因子载荷为  $(\tilde{f}_t(t_1), \tilde{\Lambda}_1(t_1), \tilde{\Lambda}_2(t_1))$ ，然后在每一段上计算残差平方和并相加：

$$\begin{aligned} & Q_1(\tilde{\Lambda}_1(t_1), \tilde{\Lambda}_2(t_1), \{\tilde{f}_t(t_1)\}; t_1) \\ &= \sum_{t \in S_{t_1}^{t_1-1}} \|X_t - \tilde{\Lambda}_1(t_1)^\top \tilde{f}_t(t_1)\|^2 + \sum_{t \in S_{t_1}^{\hat{t}_1^* - M_0 - 1}} \|X_t - \tilde{\Lambda}_2(t_1)^\top \tilde{f}_t(t_1)\|^2 \end{aligned}$$

第一个变点的估计量为：

$$\bar{t}_1 = \arg \min_{t_1 \in S_{\hat{t}_1^* - M_0}^{\hat{t}_1^* + M_0}} Q_1(\tilde{A}_1(t_1), \tilde{A}_2(t_1), \{\tilde{f}_t(t_1)\} : t_1)$$

第二步: 得到变点的估计量 $\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_{k-1}$ 之后, 对应给定的 $t_k \in [\hat{t}_k^* - M_0, \hat{t}_k^* + M_0]$ , 在 $S_{\bar{t}_{k-1}}^{t_k-1}$ 和 $S_{\bar{t}_k}^{\hat{t}_{k+1}^* - M_0 - 1}$ 分别拟合两个因子模型。定义估计的因子和因子载荷为 $(\tilde{f}_t(t_k), \tilde{A}_k(t_k), \tilde{A}_{k+1}(t_k))$ 。计算每段上的残差平方和并相加:

$$\begin{aligned} & Q_k(\tilde{A}_k(t_k), \tilde{A}_{k+1}(t_k), \{\tilde{f}_t(t_k)\} : t_k) \\ &= \sum_{t \in S_{\bar{t}_{k-1}}^{t_k-1}} \|X_t - \tilde{A}_k(t_k)^\top \tilde{f}_t(t_k)\|^2 + \sum_{t \in S_{\bar{t}_k}^{\hat{t}_{k+1}^* - M_0 - 1}} \|X_t - \tilde{A}_{k+1}(t_k)^\top \tilde{f}_t(t_k)\|^2 \end{aligned}$$

第  $k$  个变点的估计量为:

$$\bar{t}_k = \arg \min_{t_k \in S_{\bar{t}_k}^{\hat{t}_k^* + M_0}} Q_k(\tilde{A}_k(t_k), \tilde{A}_{k+1}(t_k), \{\tilde{f}_t(t_k)\} : t_k)$$

第三步: 重复上述第二步, 直到估计出 $\hat{m}^*$ 个变点 $(\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_{\hat{m}^*})$ 。

Ma and Tu (2023a) 从理论上证明了该变点位置的相合性。在数值模拟部分, 他们进行了一系列蒙特卡洛实验来探究该估计量的有限样本性质。同时, Ma and Tu (2023a) 也比较了基于 Group Fused Lasso 的变点估计方法和包括 Baltagi et al. (2021) 在内的其他三个方法。结果发现, 在估计精度和计算效率方面, Ma and Tu (2023a) 的方法均占优。特别是, Baltagi et al. (2021) 的估计量在小样本 ( $T = 100$ ) 的情况下, 较难以识别到真实变点。

在后续的实际数据分析中, 我们将采用 Baltagi et al. (2021) 提出的估计方法以及 Ma and Tu (2023a) 提出的估计方法分别对中国宏观经济数据集中的结构变点进行识别, 以比较和评估这两种方法在实证数据中的表现。

### 三、数据和结果

#### (一) 数据描述和预处理

本文研究选取了中国宏观经济中具有代表性的 23 个变量, 收集了其从 1990 年 1 月到 2022 年 10 月共计 394 个月的观测数据。这些经济变量能够反映中国宏观经济在生产、投资、消费等不同方面的运行状况。具体地, 数据来源于 Wind 经济数据库 (<https://www.wind.com.cn/>) 和国家统计局官方网站 (<https://www.stats.gov.cn/sj/>)。所使用的宏观经济变量来自于 6 个宏观经济模块: GDP 与生产、物价指数、投资、消费、金融、贸易。根据变量所在的模块, 23 个宏观经济变量的分类见表 1。

表 1 23 个宏观经济变量按所属模块分类

模块	变量
GDP 与生产	工业增加值同比
物价指数	消费者物价指数 (CPI)、CPI 食品指数、工业生产者价格指数 (PPI)、PPI 生活资料指数、零售物价指数 (RPI)、路透商品研究局指数 (CRB)、CRB 食品指数、CRB 工业原料指数
投资	固定资产投资累计值
消费	社会消费品零售总额
金融	定期存款利率 (1 年)、短期贷款利率 (6 个月至 1 年)、中长期贷款余额、各项贷款余额、各项存款余额、流通中的现金 (M0)、狭义货币供应量 (M1)、广义货币供应量 (M2)
贸易	进口金额、出口金额、美国进口金额、平均汇率 (美元兑人民币)

注：23 个宏观经济变量来自 6 个宏观经济模块。

以物价指数模块的 PPI 和金融模块的美元兑人民币汇率两个变量为例，图 1 和图 2 分别展示了这两个变量的时间序列图像。在图 1 和图 2 中，我们通过竖线标注出了可能存在的一些结构变点。通过图 1 和图 2，我们可以发现，在这些变点的划分之下，变量的时间序列图像在不同的时间区间内呈现出不同的趋势特征。

通过对于所有变量时间序列图像的观察，我们都有与上述分析相类似的发现，即所有变量的时间序列图像均在一些可能的结构变点的划分之下，在不同的时间区间内呈现不同的特征。我们猜想，本文所使用的宏观经济数据集在时间上的分布、相依性等特征可能是随时间改变的，即可能存在一些潜在的结构变点在时间上将整体序列分段，使得该数据在每段之内呈现不同特征。基于上述对于数据特征的思考，我们可以利用前文提到的带有多个结构变点的因子模型对数据进行建模，并且通过基于 Group Fused Lasso 的方法识别数据中的结构变点。

对于中国宏观经济数据的变点识别问题，此前已有诸多学者进行了相关研究。李子奈和周建（2005）运用联合估计诊断模型对中国多个宏观经济时间序列的结构变化进行分析，发现大部分异常点以聚集的形式出现，并探讨了异常点聚集背后的政策等原因：“大跃进”运动、三年困难时期、“文化大革命”以及改革开放等。梁琪和滕建州（2006）利用单位根检验的方法，对就业、名义工资、固定资产投资等 10 个宏观变量进行了逐一分析，发现其中的 6 个变量序列是围绕着一个或两个结构断点的分段平稳过程，并解释了这些结构断点与“大跃进”运动、改革开放等重大事件或政策之间的关联。王黎明等（2009）分析了生产率等四个基本经济要素与人民币汇率的相互关系，通过结构变点检验发现 1993 年这一变点的存在，并讨论了其与人民币汇率体制改革之间的关系。

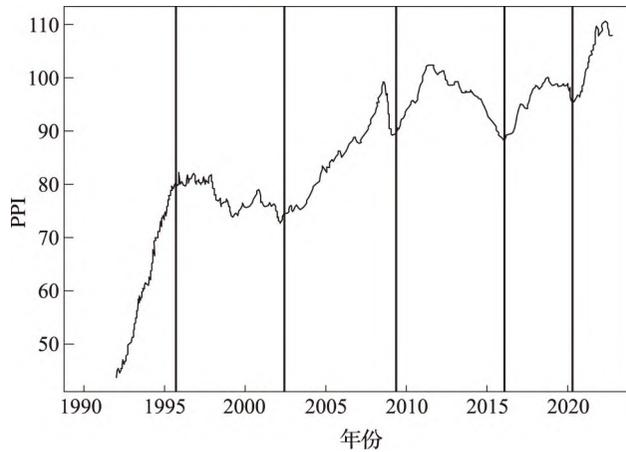


图 1 PPI 序列图

注: PPI 变量序列在不同时间区间内呈现不同趋势。

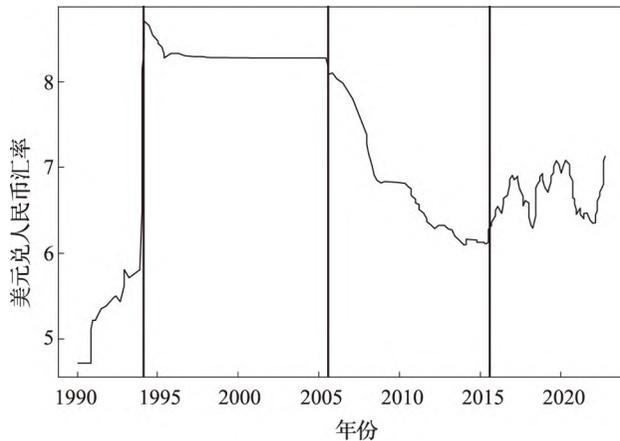


图 2 美元兑人民币汇率序列图

注: 美元兑人民币汇率变量序列在不同时间区间内呈现不同趋势。

已有文献对此问题的研究, 主要存在两个方面的问题。其一, 相关文献的时间均较早, 且分析的大多是 2000 年之前的观测数据。而近年来, 鲜有学者运用最新的数据研究中国宏观经济的结构变化, 并对中国 2000 年以后的经济运行情况进行分析。其二, 大多数研究均采用单一变量分析的方法, 依次对单维的宏观经济序列进行建模分析, 而没有考虑不同变量之间的相互作用, 未能构建多维模型。基于以上两个方面的问题, 本文运用最新的宏观经济观测数据, 分析近期中国宏观经济运行情况。同时, 本文考虑对包含多个宏观经济变量的数据集构建多维模型, 通过因子分析的方法, 刻画不同变量之间的相互作用关系, 更加全面系统地研究中国宏观经济运行的不稳定性。

本文对上述 23 个月度宏观经济变量进行了预处理: 首先, 运用美国劳工统计局

(Bureau of Labor Statistics) 的官方季节调整方法——X13 - ARIMA - SEATS 方法，对原始序列进行季节调整，并采用 R 语言的 seasonal 程序包实现这一方法。下一步，我们通过差分、对数变换等方法去掉数据的长期趋势，为后续的统计建模分析奠定基础。具体地，针对不同的变量，考虑其是否具有季节效应以及时间序列数据的不同长期趋势特征，对不同的变量的预处理方法见表 2。

表 2 23 个宏观经济变量的数据预处理方法

变量	季节调整	去除长期趋势项处理
工业增加值同比	否	一阶差分
CPI	是	一阶差分
CPI 食品指数	是	一阶差分
PPI	是	一阶差分
PPI 生活资料指数	是	一阶差分
RPI	是	一阶差分
CRB	是	一阶差分
CRB 食品指数	是	一阶差分
CRB 工业原料指数	是	一阶差分
固定资产投资累计值	否	对数一阶差分
社会消费品零售总额	是	一阶差分
定期存款利率	否	不处理
短期贷款利率	否	不处理
中长期贷款余额	否	对数一阶差分
各项贷款余额	否	对数一阶差分
各项存款余额	否	对数一阶差分
M0	是	一阶差分
M1	是	一阶差分
M2	是	一阶差分
进口金额	是	一阶差分
出口金额	是	一阶差分
美国进口金额	是	一阶差分
平均汇率	否	不处理

注：针对不同变量序列的特征，分别采取如本表所述的季节调整、去除长期趋势化处理过程。

## (二) 变点识别和结果分析

在对数据进行前述预处理之后，我们通过对数据标准化以进行因子分析，然后使用第二部分介绍的基于 Group Fused Lasso 的变点估计方法，识别数据中未知结构

变点的个数和位置。在 Group Fused Lasso 的估计过程中, 对于调节参数  $\lambda$ , 本文通过最小化信息准则  $IC(\lambda)$  的方式进行选择。参照 Bai (1998), 我们令  $IC(\lambda)$  中调节参数  $\rho_T = 1/\sqrt{T}$ 。Group Fused Lasso 得到的估计变点个数会随着调节参数  $\lambda$  的取值增加而下降, 且存在一个上界值  $\lambda_{\max}$ , 当调节参数  $\lambda \geq \lambda_{\max}$  时, Group Fused Lasso 得到的估计变点个数为零。因此, 在确定  $\lambda$  取值的过程中, 我们采用格点搜索的方法: 即在区间  $[0.01\lambda_{\max}, \lambda_{\max}]$  内选取 20 个等间距的格点, 在这些格点中寻找使得  $IC$  值达到最小的数值, 令其作为  $\lambda$  的取值。

我们基于 Group Fused Lasso 的变点识别方法检测出 6 个结构变点, 分别是 1994 年 12 月、2003 年 8 月、2008 年 2 月、2012 年 2 月、2015 年 7 月和 2020 年 3 月。以 CRB 综合指数、CRB 食品指数和 CRB 工业原料指数 3 个变量为例, 我们绘制变量的时间序列图, 以竖线表示该方法识别到的结构变点, 见图 3。从图 3 中我们可以发现, 所识别的结构变点将变量的时间序列分割成 7 个区间, 在每个区间内, 数据的时间序列图像表现出相对平稳的特征。

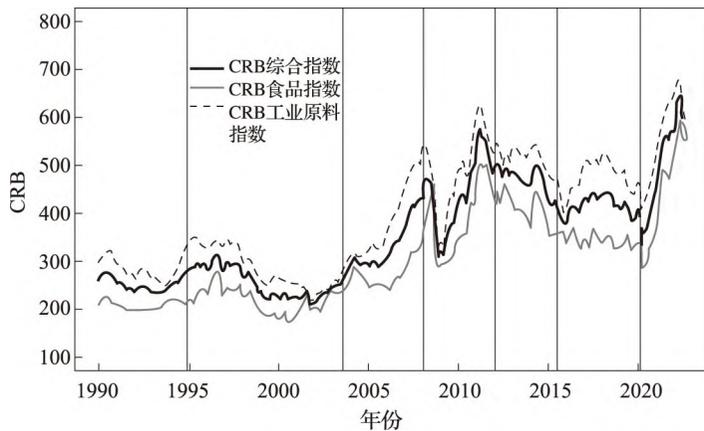


图3 CRB 序列和变点估计结果

注: CRB 综合指数、CRB 食品指数、CRB 工业原料指数 3 个变量在估计变点划分的不同区间内呈现出不同趋势特征。

这些结构变点的存在与中国经济政策的变化和经济的动态发展密切相关, 其具体分析如下:

(1) 1992 年邓小平南方谈话和党的十四大召开, 引发了中国经济、政治等方面的全面、深入的改革, 中国市场经济逐渐建立, 市场对资源的配置作用日益增强, 中国经济发展逐渐步入平稳期, 这可能与我们的识别的 1994 年 12 月这一结构变点对应。在已有的研究中, 有不少学者利用多种类型数据, 从多个不同角度出发, 识别到了位于这一时间点的结构变化, 且将其归因为邓小平南方谈话后一系列重大政策转变。例如, 李子奈和周建 (2005) 从经济系统角度利用联合估计诊断模型对中国多个宏观经济序列结构变化进行分析, 发现大多数变量于 1994 年存在异常点, 并

结合邓小平南方谈话、社会主义市场经济体制目标确立等因素,分析了这一异常点存在的合理性。王成勇和王少平(2010)基于GDP数据对中国经济增长结构突变现象进行研究,也识别到了位于1994年的结构变点。同时,王黎明等(2009)基于变点理论对人民币实际有效汇率进行分析,也发现了位于这一时间点的结构变化。此外,以下两个经济事件也可能是该结构变化形成的重要原因。其一,在1994年,中国对外汇管理体制进行了重大改革,实现了人民币官方汇率与外汇调剂价格并轨,实行了以市场供求为基础的、单一的、有管理的浮动汇率制度,形成了银行结售汇市场与银行间外汇市场双层结构,取消了外汇留成和上缴,建立了银行之间的外汇交易市场。其二,1994年,《国务院关于职工工作时间的规定》发布,确认新的工时制度的启用,并开始确立双休制度,这对中国经济社会的发展和人民的生产生活产生了重大影响。

(2) 2003年春夏,一场“非典”疫情在中国暴发并迅速蔓延,全国各地根据实际情况推出了不同程度的停工、停学政策以减缓疫情发展,致使正常经济活动受到制约,国民经济三大产业发展也因此受到影响,这可能导致了2003年8月这一结构变点的存在。温桂荣等(2021)通过时点脉冲响应分析,发现了在2003年“非典”疫情冲击下,积极财政政策与宏观经济之间的关系发生了变化。

(3) 2008年,美国次贷危机引发国际金融危机,并导致全球实体经济进入严重衰退,全球金融市场出现剧烈动荡,加之2008年春节前后的冰灾、雪灾等重大自然灾害,对中国经济社会产生了较为严重的冲击,这很有可能是2008年2月这一结构变点存在的根源。叶五一和缪柏其(2009)基于Copula变点检测方法对沪深300指数进行分析,发现了2008年美国次贷危机对中国金融市场的传染性及其传导作用。同时,王志强和熊海芳(2012)对国内银行同业拆借利率进行结构变点分析,也发现了在次贷危机期间存在多个结构变点。

(4) 2011年末,中国推出发展战略性新兴产业的“十二五”规划。以互联网产业为代表的信息技术产业得到了上至国家最高领导层、下至民间创投机构的关注和巨额投资。通过发展新经济产业来升级转型国内传统产业成为业内共识。战略性新兴产业日益成为中国经济新增长的重中之重,这可能是2012年2月这一结构变点形成的重要原因。刘金全等(2018)基于中国GDP平减指数分析中国核心通货膨胀的动态特征,也发现了位于这一时间点的异常值。

(5) 从2014年开始,中国进行了以行政体制改革、商事制度改革和财税体制改革为代表的一系列全新、重大改革,同时自由贸易区得到进一步发展,经济社会开始进入“新常态”。几乎同时,在2015年6月,中国遭受了近年来最为严重的一次股灾,千股跌停,万亿市值蒸发,对中国宏观经济运行产生了重大影响。以上两个因素共同作用,很可能导致了2015年7月这一结构变点的存在。郭磊(2018)在结构突变的框架下,通过对国债期货与现货价格动态相关系数的研究,也发现了这一

位置的变点,并将其出现的原因归结为股灾所导致的资本市场流动性枯竭。

(6) 2020年,新冠疫情的暴发对中国的经济产生了巨大的外部影响。由于疫情的高传染性和不确定性,宏观经济在总需求和总供给两个方面都受到了不同程度的直接影响。与此同时,疫情还影响到产业链的运行、就业需求和中小微企业的生存基础,从而对宏观经济的长远发展产生了间接的消极影响,这可能导致了2020年3月这一结构变点的存在。温桂荣等(2021)也分析了这一冲击对中国宏观经济带来的影响。

通过上述分析,我们将外部冲击(如体制改革等政策因素和疫情、自然灾害等突发意外事件)和内生改变(如金融危机、股市动荡)等因素与识别到的结构变点相联系,从而验证了所检测到的结构变化存在的合理性。此外,识别的某些结构变点恰好出现在相关政治、经济政策改革调整之后的时间点上,这也从另一个角度印证了相关政策的有效性。

同时,我们也将 Baltagi et al. (2021) 提出的基于伪因子二阶矩的变点识别方法运用于此数据集。其中的调节参数设置为  $\epsilon = 0.1$ , 同时采用 Bartlett 核函数, 并设置带宽为  $2T^{\frac{1}{5}}$  以构建 HAC 估计量。该方法共识别出 4 个结构变点, 分别是 1994 年 12 月、1998 年 11 月、2012 年 12 月和 2019 年 5 月。具体而言, 位于 1994 年 12 月的变点也被基于 Group Fused Lasso 的方法识别到。基于前文分析, 这可能是邓小平南方谈话、外汇制度改革以及新工时制度启用等因素共同作用所导致。此外, 1998 年 11 月的结构变点可能是 1998 年特大洪水对中国经济运行造成的影响。位于 2012 年 12 月的结构变点很可能与基于 Group Fused Lasso 方法识别到的位于 2012 年 2 月的结构变点相对应, 均是战略性新兴产业的快速发展给中国经济带来的影响所导致的。2019 年 5 月的结构变点则可能是由于新个税法的实施, 减税降费红利的深度释放对中国宏观经济运行带来的影响。Ma and Tu (2023a) 指出, 相较于 Baltagi et al. (2021) 提出的基于伪因子二阶矩的方法, 基于 Group Fused Lasso 的变点识别方法具有更优的理论性质, 并且在模拟中也有着更好的有限样本表现。同时, 基于伪因子二阶矩的方法在实施的过程中必须去掉邻近观测序列首尾两端的数据, 所以无法识别到靠近边界的变点, 但是基于 Group Fused Lasso 的方法不存在这样的问题。以上两个因素很可能导致基于伪因子二阶矩的方法在此数据集上相较于基于 Group Fused Lasso 的方法只能识别出更少的结构变点。同时, 基于 Ma and Tu (2023a) 中的理论和模拟分析, 我们也有理由相信, 基于 Group Fused Lasso 的方法所得到的是更加精确的变点识别结果。

为了进一步探究估计变点的合理性, 我们遵循 Barigozzi et al. (2018) 以及 Ma and Tu (2023a) 的建议, 计算了由基于 Group Fused Lasso 方法得到的估计变点划分的每段上的指标  $b_k(c)$ :

$$b_k(c) = \min \left\{ 1 \leq b \leq q_k : \frac{\sum_{j=1}^b \hat{\mu}_{x,j}}{\sum_{j=1}^{q_k} \hat{\mu}_{x,j}} > c \right\}$$

其中,  $c \in (0, 1)$ ,  $\hat{\mu}_{x,j}^k$  为  $\hat{\Sigma}_{kx} = \left[ (\tilde{t}_k - \tilde{t}_{k-1})^{-1} \sum_{\tilde{t}_{k-1}}^{\tilde{t}_k-1} x_t x_t^\top \right]$  的第  $j$  个最大特征值,  $q_k = \min\{(N-1), (\tilde{t}_k - \tilde{t}_{k-1})\}$ 。直观地,  $b_k(c)$  代表解释  $x_t$  方差的比例超过某一给定值  $c$  所需最少的因子个数。为了更好地展示该结果, 图 4 绘制出  $\hat{m}^* + 1$  个区间中的  $b_k(c)$ ,  $c=0.5, \dots, 0.95$ 。通过对图 4 的观察可以直观地看出, 在估计变点的划分之下, 每段之内对变量的方差达到同等解释力度所需要的因子个数是不同的。例如在 1994 年 12 月这一变点之前, 7 个因子即可对变量的方差达到 90% 的解释力度, 而在这一变点之后, 达到同样 90% 的解释力度则需要 12 个因子。这说明在变点划分的不同区间内, 变量呈现出不同的特征, 也进一步证明了我们识别到的变点的合理性。

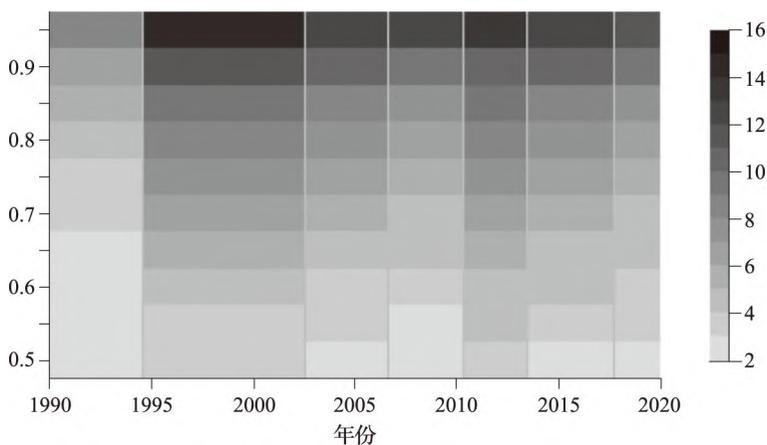


图 4 对变量的方差达到给定解释力度所需因子个数的取值图像

注: 在估计变点划分的不同区间内, 对变量的方差达到同等解释力度所需的因子个数不同。

对于宏观经济数据进行变点识别分析具有重要的意义。首先, 很多计量经济学模型需要假设所研究的数据是总体平稳的, 但在实践中, 由于结构变化的存在, 我们所观测到的宏观经济数据往往是不平稳的。若忽略这种结构变化而直接对数据进行建模, 则会带来错误的统计推断或误导性的政策建议。因此, 对宏观经济数据进行结构变化分析, 找到数据平稳的区间, 是进一步对宏观经济数据进行其他计量建模和分析的基础。其次, 在寻找到数据的结构变点之后, 我们可以基于变点所划分的平稳区间, 在最后一个区间内构造预测, 以对未来的政策决策等提供建议支持。相较于忽略结构变化, 充分考虑数据的结构变化, 会带来更加精确可信的预测结果。最后, 经济和社会制度变革往往会带来宏观

经济数据的结构变化, 通过检测相关调控政策发布之后宏观经济数据是否出现相应的结构变点, 可以对政策的有效性进行评估。总之, 宏观经济统计数据能够直接、有效地反映出中国经济的发展状况, 而对宏观经济数据集的结构变点进行识别分析, 能够帮助探讨中国经济的结构性变化和波动特征, 帮助各级政府职能部门更加准确地把握中国经济波动的总体状况, 从而制定更有针对性的政策, 采取更有效的措施。

#### 四、结论与展望

本文分析了一个包含 23 个中国宏观经济变量的月度数据集, 建立了带有结构变点的因子模型, 通过 Group Fused Lasso 的方法识别数据中未知变点的个数和位置, 以研究中国宏观经济的结构不稳定性。

本文仍然存在一些研究局限和待解决的研究拓展工作。在所用数据方面, 我们所采用的数据集包含的变量个数还较少。Ma and Tu (2023a) 指出, 本文采用的带有结构变点的因子模型在理论上可以允许包含变量的个数趋近于无穷, 在有限样本下, 当变量的个数  $N = 200$  时, 仍然有良好的模拟表现。所以接下来, 我们考虑构建一个包含更多宏观经济指标的数据集, 以更加全面地反映中国宏观经济的运行情况。同时, 也可以结合互联网爬虫等技术, 构建包含更多观测量、更高观测频率的数据集。在未来收集到包含更多观测数目和观测变量的数据之后, 我们将通过以下方法来进一步验证模型的稳健性。针对更多的观测数据, 我们考虑在时间上将数据分段, 在每段内进行变点识别分析, 再将分段识别结果与运用所有观测数据得到的识别结果进行对比。若结果是相似的, 则说明模型具有一定的稳健性。同时, 针对更多的观测变量, 我们考虑替换已有数据集中的某些变量, 重新构建因子模型并识别变点, 再将不同模型下识别到的变点进行对比, 以判断模型的稳健性。

本文采用高维因子模型来捕捉宏观经济系统中的结构突变, 其中因子和载荷均是不可观测且无法单独识别的。我们利用主成分分析的方法来估计因子及其相对应的载荷, 其中估计因子为所有宏观变量的线性组合。因此, 我们无法从载荷的变化中判断出具体是哪个宏观经济变量发生变化以及变化的方向和幅度。我们目前的框架是通过识别变点, 观察整个宏观经济系统是否发生变化, 来评估重要政治、经济政策的有效性。然而, 明确指出发生变化的宏观经济指标, 并分析和解释经济变量背后隐藏的经济信息和影响机制, 将是一个有趣且有价值的研究课题。我们未来将通过探究经济变量的变化方向和幅度来进行政策评估, 更进一步地分析和解释变点, 更重要的是帮助政府部门更好地认知世界经济的运行风险和不确定性, 完善宏观经济调控体系。

在模型设定方面,本文所采用的是带有结构变点的因子模型,它代表的是数据的结构会在时间上发生改变。在现实世界中,广泛存在的结构不稳定性,除了会以时间上的结构变点形式体现,还有可能会以门限效应的形式体现,即整体的数据可能会根据某个门限变量的大小划分成几个区间,在每个区间内,数据呈现出不同的特征。Ma and Tu (2023b) 分析了带有多个门限值的因子模型,我们后续也考虑将这种模型用于分析中国宏观经济数据。

另外,除了本文所采用的近似因子模型,Chen et al. (2021) 考虑了一种分位数因子模型,区别在于近似因子模型仅反映可观测变量的均值信息,而分位数因子模型还可以通过不可观测的潜在因子来刻画可观测变量的分布信息。本文后续也考虑建立带有结构变点的分位数因子模型,并将其运用于中国宏观经济的分析中。

## 参考文献

- [1] 郭磊, 2018. 国债期货价格波动溢出效应研究——基于结构变点理论的实证[J]. 西部金融, (11): 16-20.
- [2] 李子奈, 周建, 2005. 宏观经济统计数据结构变化分析及其对中国的实证[J]. 经济研究, 40(1): 15-26.
- [3] 梁琪, 滕建州, 2006. 中国宏观经济和金融总量结构变化及因果关系研究[J]. 经济研究, 41(1): 11-22.
- [4] 刘金全, 吕梦菲, 刘廷宇, 2018. 我国核心通货膨胀的测度与动态特征[J]. 上海经济研究, (3): 72-83.
- [5] 潘莉, 徐建国, 2011. A 股市场的风险与特征因子[J]. 金融研究, (10): 140-154.
- [6] 王成勇, 王少平, 2010. 中国经济增长结构的突变现象[J]. 系统工程, 28(11): 43-50.
- [7] 王黎明, 万里, 王帅, 2009. 运用结构变点理论的人民币均衡汇率研究[J]. 商业经济与管理, (2): 52-58.
- [8] 王少平, 朱满洲, 程海星, 2012. 中国通胀分类指数的波动源及其性质[J]. 管理世界, (8): 5-14+187.
- [9] 王振中, 陈松蹊, 涂云东, 2023. 中国居民消费价格指数的动态结构研究及中美量化比较[J]. 数理统计与管理, 42(1): 109-126.
- [10] 王志强, 熊海芳, 2012. 结构变点、时变期限溢价与预期假说——来自国内银行同业拆借利率的证据[J]. 数量经济技术经济研究, 29(5): 104-120.
- [11] 温桂荣, 黄纪强, 李艳丰, 2021. 积极财政政策对中国宏观经济的动态时变影响——以重大突发公共卫生事件为视角[J]. 财经理论与实践, 42(3): 101-109.
- [12] 叶五一, 缪柏其, 2009. 基于 Copula 变点检测的美国次级债金融危机传染分析[J]. 中国管理科学, 17(3): 1-7.
- [13] 叶五一, 缪柏其, 谭常春, 2007. 基于分位点回归模型变点检测的金融传染分析[J]. 数量经济技术经济研究, 24(10): 151-161.
- [14] 张学新, 段志霞, 2009. 最小二乘法对多变点检验的性能研究[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 37(6): 7-10.
- [15] ANDREWS D W K, 1993. Tests for parameter instability and structural change with unknown change point[J]. *Econometrica*, 61(4): 821-856.
- [16] BAI J, 1994. Least squares estimation of a shift in linear processes[J]. *Journal of Time Series Analysis*, 15(5): 453-472.
- [17] BAI J, 1998. Estimation of multiple-regime regressions with least absolute deviation[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 74(1): 103-134.

- [18] BAI J, HAN X, SHI Y, 2020. Estimation and inference of change points in high-dimensional factor models[J]. *Journal of Econometrics*, 219(1): 66–100.
- [19] BAI J, NG S, 2002. Determining the number of factors in approximate factor models[J]. *Econometrica*, 70(1): 191–221.
- [20] BAI J, PERRON P, 1998. Estimating and testing linear models with multiple structural changes[J]. *Econometrica*, 66(1): 47–78.
- [21] BALTAGI B H, KAO C, WANG F, 2017. Identification and estimation of a large factor model with structural instability[J]. *Journal of Econometrics*, 197(1): 87–100.
- [22] BALTAGI B H, KAO C, WANG F, 2021. Estimating and testing high dimensional factor models with multiple structural changes[J]. *Journal of Econometrics*, 220(2): 349–365.
- [23] BARIGOZZI M, CHO H, FRYZLEWICZ P, 2018. Simultaneous multiple change-point and factor analysis for high-dimensional time series[J]. *Journal of Econometrics*, 206(1): 187–225.
- [24] BREITUNG J, EICKMEIER S, 2011. Testing for structural breaks in dynamic factor models[J]. *Journal of Econometrics*, 163(1): 71–84.
- [25] CHAN N H, YAU C Y, ZHANG R M, 2014. Group lasso for structural break time series[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 109: 590–599.
- [26] CHEN C, LIU L M, 1993. Joint estimation of model parameters and outlier effects in time series[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421): 284–297.
- [27] CHEN L, DOLADO J J, GONZALO J, 2014. Detecting big structural breaks in large factor models[J]. *Journal of Econometrics*, 180(1): 30–48.
- [28] CHEN L, DOLADO J J, GONZALO J, 2021. Quantile factor models[J]. *Econometrica*, 89(2): 875–910.
- [29] HARCHAOUI Z, LÉVY-LEDUC C, 2010. Multiple change-point estimation with a total variation penalty[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 105(492): 1480–1493.
- [30] MA C, TU Y, 2023a. Group fused lasso for large factor models with multiple structural changes[J]. *Journal of Econometrics*, 233(1): 132–154.
- [31] MA C, TU Y, 2023b. Shrinkage estimation of multiple threshold factor models[J]. *Journal of Econometrics*, 235(2): 1876–1892.
- [32] MA S, SU L, 2018. Estimation of large dimensional factor models with an unknown number of breaks[J]. *Journal of Econometrics*, 207(1): 1–29.
- [33] MIAO B Q, 1988. Inference in a model with at most one slope-change point[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 27(2): 375–391.
- [34] QIAN J, SU L, 2016. Shrinkage estimation of regression models with multiple structural changes[J]. *Econometric Theory*, 32(6): 1376–1433.
- [35] SCHWEIKERT K, 2022. Oracle efficient estimation of structural breaks in cointegrating regressions[J]. *Journal of Time Series Analysis*, 43(1): 83–104.
- [36] STOCK J H, WATSON M W, 1988. A probability model of the coincident economic indicators[R]. NBER Working Paper, No. 2772.
- [37] STOCK J H, WATSON M W, 2002a. Forecasting using principal components from a large number of predictors[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 97(460): 1167–1179.
- [38] STOCK J H, WATSON M W, 2002b. Macroeconomic forecasting using diffusion indexes[J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(2): 147–162.
- [39] TIBSHIRANI R, SAUNDERS M, ROSSET S, ZHU J, KNIGHT K, 2005. Sparsity and smoothness via the fused lasso[J]. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 67(1): 91–108.
- [40] TU Y, XIE X, 2023. Penetrating sporadic return predictability[J]. *Journal of Econometrics*, 237(1). DOI: 10.1016/

- j. jeconom. 2023. 105509.
- [41] WANG H, 2009. Forward regression for ultra-high dimensional variable screening[J]. Journal of the American Statistical Association, 104(488): 1512–1524.
- [42] WANG H, LENG C, 2008. A note on adaptive group lasso[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 52(12): 5277–5286.
- [43] YAMAMOTO Y, TANAKA S, 2015. Testing for factor loading structural change under common breaks[J]. Journal of Econometrics, 189(1): 187–206.
- [44] YUAN M, LIN Y, 2006. Model selection and estimation in regression with grouped variables[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, 68(1): 49–67.
- [45] ZOU H, 2006. The adaptive lasso and its oracle properties[J]. Journal of the American Statistical Association, 101(476): 1418–1429.

# Analyzing Structural Breaks in China's Macroeconomy with High Dimensional Factor Model

Bo Ling

(Guanghua School of Management, Peking University)

Chenchen Ma

(School of Mathematical Sciences, Center for Statistical Science, Peking University)

Yundong Tu\*

(Guanghua School of Management, Center for Statistical Science, Peking University)

Xinling Xie

(Guanghua School of Management, Peking University)

**Summary:** Since the reform and opening-up, China has experienced rapid economic growth and become the largest economic entity in Asia and the second in the world. Gradually, it has grown into an important engine driving global economic growth. China's macroeconomy has also received more attention from the academic community and become a key research object. Studying China's macroeconomy plays a crucial role in optimizing the government's macro-control policies, addressing structural issues in the economic system, and maintaining healthy development of China's market economy. Today's world is in the midst of great changes that have not been seen in a century. Although peace and development remain the theme of the times, the risks and uncertainties of world economic operations have significantly increased. Against the backdrop of a downturn in the world economy, volatile international situation, and domestic reform pains, China's macroeconomic data are often subject to structural changes, wherein different economic sectors present strong interlinkages and co-movements. Understanding the phenomenon of structural breaks in China's macroeconomy plays an indispensable role in enabling the government to better perceive the risks and uncertainties of the world economy's operation, grasp China's macroeconomic structure and laws of development, and evaluate the effectiveness of regulatory policies. Thus, the structural change analysis of China's macroeconomy has become an urgent need for accurately predicting economic development trends, improving the macroeconomic control system, and promoting the overall macroeconomic stability and high-quality development.

In recent years, the analysis of the structural breaks in China's macroeconomic data has received increasing attention. However, there are two shortcomings in the existing literatures, which make it difficult to capture structural changes in the macroeconomy. First, the current studies mainly use the sequential testing procedure to detect the existence and locations of the structural changes, but the sequential estimation procedure would involve the multiple testing problems. As a result, it is more likely for the test to reject the null of no structural changes, and then the number of breaks will be overestimated, thereby affecting the subsequent analysis of structural changes. Therefore, to avoid the impact of sequential testing procedure on the structural breaks detection, some researchers

---

\* Corresponding Author: Yundong Tu, Guanghua School of Management, Center for Statistical Science, Peking University, E-mail: yundong\_tu@gsm.pku.edu.cn.

reformulate the identification of multiple structural breaks as a variable selection problem in the high-dimensional regression with group-sparse coefficients. Then, they can apply the shrinkage estimation methods to estimate the numbers and locations of structural changes simultaneously. This type of method has the advantages of fast calculation and high accuracy for identifying structural changes. Second, the existing literatures generally ignore the inner relationships among various macroeconomic variables, only analyzing the structural changes in a certain field of national economy with a single macroeconomic variable. However, there exist close internal connections among these macroeconomic variables actually. Therefore, depicting and utilizing their coordinated changes is crucial for the government to analyze China's overall macroeconomic operating situation and regulate the macroeconomic system. In recent years, more and more researchers have tried to construct potential factors that can capture macroeconomic dynamics to analyze China's macroeconomy. However, they usually assume that the factor loadings do not change over time, ignoring the impact of technological innovation, policy reform and other uncertain factors on macroeconomic data. Consequently, the constructed factor models may not accurately capture the common factors behind the China's macroeconomic data. To capture structural changes in factor models, Baltagi et al. (2021) and Ma and Tu (2023a) recently proposed estimation methods based on the least squares and Group Fused Lasso, respectively. The theoretical contributions of Ma and Tu (2023a) include the consistency and limiting distribution of the break fraction estimators and consistent break date estimators, rather than just the consistency of the break fraction estimators (Baltagi et al., 2021). In practice, the procedure of Ma and Tu (2023a) is practically easy-to-implement with standard statistical packages, overcoming the drawbacks of the existing methods that they often involve multiple tuning parameters and are computationally demanding in dealing with multiple unknown breaks. Therefore, the method of Ma and Tu (2023a) is both theoretically accurate and practically appealing, and has the potential for analyzing structural breaks in China's macroeconomy.

In summary, China's macroeconomic data typically exhibit characteristics of structural breaks, and there exists a factor model structure, where macroeconomic variables in different sectors have strong co-movement features. However, few scholars have applied factor models with multiple structural breaks, together with an efficient and accurate estimation method, to study the structural break phenomenon in China's macroeconomy. This paper aims to fully utilize the factor characteristics in China's macroeconomic data and accurately capture the structural breaks in the macrosystem, providing a comprehensive analysis of China's macroeconomy. In particular, this paper proposes the factor model with multiple unknown structural breaks to model 23 China's macroeconomic time series, and further utilizes the estimation method of Ma and Tu (2023a) to identify the unknown numbers and locations of the change points, in contrast to Baltagi et al. (2021). The results show that via the estimation method of Ma and Tu (2023a), China's macroeconomic data have undergone six structural breaks from 1990 to 2022, and the estimated break dates are closely related to the important historic events, such as, Deng Xiaoping's South Tour Speeches and the 14th National Congress of the Communist Party of China, the SARS in 2003, the COVID-19 in 2020, etc. The method of Baltagi et al. (2021) detects four structural breaks, however it fails to detect the structural breaks in 2008 and 2020. This shows that the method of Ma and Tu (2023a) benefits from its more accurate change point estimation and fewer tuning parameter choices in practice, so that it can identify more structural breaks in the macroeconomic system and better capture the dynamic development of the macroeconomy. In addition, thanks to our factor model considering synergistic relationships in macroeconomic data, as well as a more accurate method for estimating change points, this paper can simultaneously detect the structural breaks in China's macroeconomy which were only separately discovered for each series in the existing literatures.

**Keywords:** High Dimensional Factor Models; Structural Breaks; China's Macroeconomy

**JEL Classification:** C22; C38; E60